

## 固体と液体のぬれの力学

加藤 健司 (かとう けんじ)

所属：工学研究科 機械物理専攻

専門分野：機械工学（流体工学）

趣味：山歩き、ドライブ、城跡訪問



### 1. はじめに

固体と液体のぬれは、様々な分野で問題となる現象の一つである。身近な例として、繊維の間などを水が浸透する毛細管現象や、車の窓ガラスの雨滴の挙動、また最近ではヨーグルトがくっつきにくい上蓋の開発など、意外に多くの問題に関わっているのが分かる。こうした界面やぬれの現象は、主に数 mm 以下の小スケールの問題で重要となる。例えば、昆虫のアメンボは水とぬれにくい(水をよくはじく)繊毛により、表面(界面)張力によって水の上に浮かぶことができる。よく見ると、アメンボの足の下水面は僅かにへこんでおり、水面を元に戻そうとする表面の張力が彼らの重力を支えている。これは、ピンと張ったサランラップなどの膜の上に物を置いたときと力学的に同じ状況である。また、少々汚い例ではあるが、ゴキブリ捕獲用の粘着テープでは、かれらの身体と粘着物質とのぬれ性がよく、一度くっつくと彼らの力でははがすことができないことを利用している。このような表面(界面)が関わる力は小さく、もちろん我々人間スケールの物体を水面に浮かべることはできない。しかしながら、数 mm 以下の現象ではむしろ重力以上に表面張力やぬれ性が重要になってくる。筆者が関わる流体工学の分野でも、近年では小スケールの問題を扱うことが多くなり、ぬれや界面の力学が注目されるようになってきた。

本稿では、筆者らが行った研究のうち、一般にもなじみやすいいくつかの現象を取り上げ、解析を行った例について紹介させていただく。まず 2 章では、ぬれやすさの指標となる接触角の説明と、接触角が決まる基本メカニズムを簡単に説明する。ついで、3 章では、上端を閉じた細管内の水抜きの問題、4 章では固体球が液中に侵入する際の付着気泡の挙動、ならびに 5 章では液膜が流下するときの壁面の乾き領域(ドライアウト)の消滅について、本研究室で得られた成果を概説する。

### 2. 接触角とヤング-デュプレの方程式

固体と液体のぬれやすさは、例えば図 1 のように液滴を固体面上に置いたとき、図に示した接触角  $\theta_E$  の大きさと判断される。大雑把に言って、接触角が  $90^\circ$  以下はぬれやすい、 $90^\circ$  以上はぬれにくい、などと表現される。ここで、固体、気体、液体 3 相の境界を表す図の C

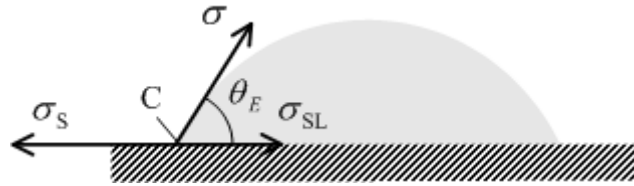


図1 固体面上の液滴と平衡接触角

の接触線における力の釣り合いを考える。3相の各組み合わせ、つまり固気、気液、固液の界面には、それぞれの界面を小さくする方向に表面(界面)張力が作用する。 $\sigma_s$ 、 $\sigma$ 、 $\sigma_{SL}$ を、上記3つの張力(単位:N/m)とすれば、固体面接線方向の力の釣り合いは次式のように書ける。

$$\sigma_s - \sigma_{SL} = \sigma \cos \theta_E \quad (1)$$

上式をヤング-デュプレの方程式と呼び、 $\theta_E$ を平衡接触角という<sup>1,2</sup>。ここで、式(1)をエネルギーの観点から捉えるため、界面張力の単位(N/m)を( $J/m^2$ )と置き換えて考えてみる。つまり、張力に逆らって単位面積の新たな界面を作るのに必要な仕事量として、界面張力を理解することもできる。この観点から見ると、式(1)の左辺は、接触線が移動して単位面積の固液界面を乾かし、固気界面に置き換えるのに必要な仕事を表すことが分かる。式(1)は、その値が右辺の液体の表面張力と接触角より計算できることを表している。度々で恐縮だが、ゴキブリが粘着テープにくっついたとき、引きはがすのには、式(1)右辺の仕事をする必要がある。

式(1)より各界面の張力が分かれば、ある固体が液体にぬれやすいか否かを予測することができる。しかしながら、式(1)が成立するのは、異分子の吸着等がなく均一でかつ分子レベルで滑らかな理想的な固体表面に限られる。我々が日常扱う固体面にはあらさや汚れなどが存在してぬれ性に影響を与えるため、式(1)は目安とはなるものの、そのまま用いることはできない。一般に、図2のように接触線がゆっくりと移動するとき、その移動方向に依存して、 $\theta_E$ とは異なる2種類の接触角が現れる。図2(a)のように、注射針からの注入により、液体が周囲固体面をぬらしていくときに現れる接触角 $\theta_A$ を前進接触角、逆に図2(b)のように、乾かす方向に移動するときの角度 $\theta_R$ を後退接触角と呼ぶ。通常、 $\theta_A$ と $\theta_R$ には数 $10^\circ$ の差が認められる。この現象を接触角の履歴現象と言う<sup>1,2</sup>。接触角履歴は、壁面に付着した液滴や気泡の運動に対して、しばしば決定的な役割を演じる。例えば、傾斜面上の液滴が転落を開始するとき、図3のように液滴の前端、後端にはそれぞれ $\theta_A$ と $\theta_R$ が現れる。この場合、液滴に作

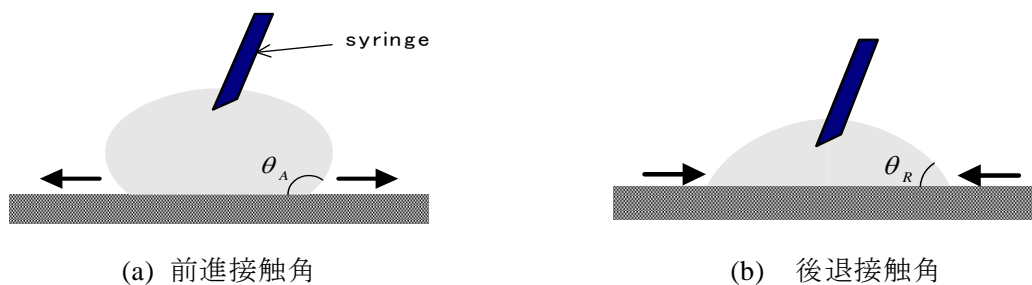


図2 接触角の履歴現象

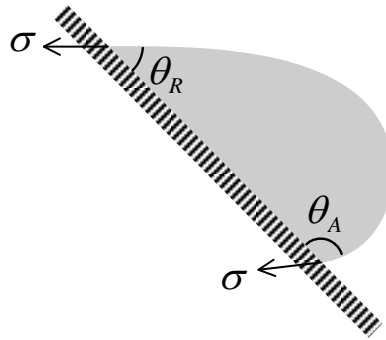


図3 傾斜面上の液滴に作用する表面張力

用する表面張力  $\sigma$ (図1の反作用として向きが逆になっていることに注意)に接線方向左上向きの合力が発生し、重力に対する抵抗となる<sup>3,4</sup>。もし接触角履歴がなければ、わずかな傾斜角度でも液滴は転落する。

接触角の履歴現象については、これまで様々なモデルが提案されている<sup>3,4</sup>が、実際の固体表面に現れる接触角を正確に予測する方法はない。実用的には、様々な表面性状をもつ試料板と液体との組み合わせごとに、前進・後退接触角を測定する必要がある。一見単純に見える接触角であるが、実は計測が結構面倒であり、また環境に応じて極めて敏感に変化するので、科学に不可欠な再現性を得るのは容易ではない。また、通常の滑らかな面でも、上述の履歴の大きさは $20\sim 30^\circ$ になるのが普通である。液滴を適当に固体面上に置いたときには、 $\theta_A$ と $\theta_R$ の間の任意の角度が現れる。つまり、単独の接触角を測定値に用いる場合、下手をすると誤差は数 $10^\circ$ に達する場合もあるので、注意が必要である。

### 3. 上端を閉じた細管内の水抜きの問題<sup>4,5</sup>

日常経験されるように、ストローの上端を指で塞いだとき、中の液体がこぼれ落ちることはない。しかしながら、管の内径を大きくすると、図4のように管の軸を垂直から徐々に水平方向に傾けたとき、ある傾斜角度で内部の液体がこぼれ落ちることがある。工業的には、自動車のラジエーター等の配管の水抜きなどで問題となる。ここでは、管内部の液柱が自然に落下する条件について考察を行った結果を述べる。

図5は、軸が鉛直方向から角度 $\phi$ だけ傾いた状態で、管下端の液体表面形状を模式的に表したものである。管内部の液体がこぼれるか否かについて、エネルギー平衡の観点から考察

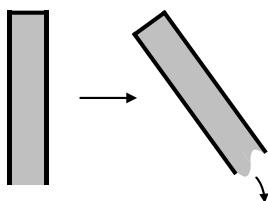


図4 上端を閉じた細管からの液体の落下

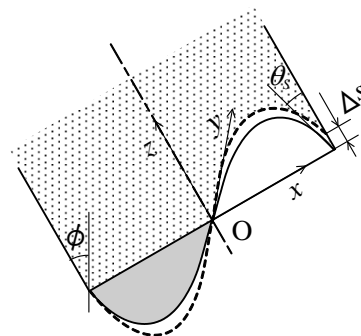


図5 傾いた細管下端の液体表面形状

を行う。図の管右端において、固体面と角度  $\theta_S$  で接した接触線が、管内側へ  $\Delta s$  だけ移動して、液体表面形状が破線へと移行した状態を考える。このとき、全体のエネルギー変化  $\Delta E$  が負であれば、変位  $\Delta s$  は自発的に大きくなり、内側の液体は自然にこぼれ落ちると考えられる。この現象に関わるエネルギーとしては、液体表面のもつエネルギー、液体のポテンシャルエネルギーおよび固体面と固液界面の変換によるぬれの仕事量の3つが考えられる。このうち、図5のように液体表面がゆがんだときの液体表面のエネルギー変化は、液体表面積の差と表面張力の積から算出できる。また、液体が垂れ下がったことによるポテンシャルエネルギーの変化は、液体の微小体積ごとのポテンシャルエネルギー変化の積分から求められる。これらのエネルギーを求める際、図5の液体表面形状が必要となるが、液体内部の圧力を表面張力が支える条件を表した、ラプラスの方程式から解析することができる<sup>5</sup>。

図5のように、管壁が  $\Delta s$  だけ乾く際のぬれに関するエネルギー変化を考える。このとき、単位面積当たりのエネルギー変化  $e_W$  は、式(1)と類似な次式から計算することができる<sup>2</sup>。

$$e_W = \sigma \cos \theta_R \quad (2)$$

図5の場合、接触線は固体面を後退するので、式(1)右辺の接触角として後退接触角  $\theta_R$  を用いている。式(2)に実際に乾いた面積を乗じることで、エネルギー変化が評価できる。

上記の3つのエネルギー変化を解析的に求めることができるが、ここでは面倒な式の展開は割愛して、結果を示すにとどめる。図5の変位  $\Delta s$  に対する3つのエネルギーの合計は、次式のような簡単な表現へと変形できる。

$$\Delta E = \sigma \left[ \oint_C (c \cos \theta_S - c \cos \theta_R) \Delta s \, d \right] \quad (3)$$

積分は、管端面周囲に取っている。式(3)より直ちに分かるように、 $\theta_S = \theta_R$  のとき、つまり液体と固体面とのなす角度  $\theta_S$  が後退接触角  $\theta_R$  に等しくなると  $\Delta E = 0$  となり、液体は不安定となる。図5に示した円管の傾き角  $\phi$  ごとに液体表面形状を求め、 $\theta_S = \theta_R$  となる臨界角度  $\phi_C$  を求めた。なお、上述の議論の詳細に興味のある方は、文献4,5を参照されたい。

上記の理論モデルの正当性を確認するため、2種類の円管と4種類の液体の組み合わせで実験を行った。図6に、液体としてグリセロールを用い、接触角が小さい(ぬれやすい)ガラス管( $\theta_R = 0^\circ$ )と、接触角が大きい(ぬれにくい)テフロン管( $\theta_R = 56^\circ$ )について  $\phi_C$  を測定した例を示す。

図の横軸  $\bar{R}$  は、長さの次元をもつ毛細定数  $a \equiv \sqrt{\sigma / \rho g}$  ( $\rho$ : 密度、 $g$ : 重力加速度)で無

次元化された細管半径( $\equiv R/a$ )を表す。グリセロールの場合、 $\bar{R} = 1.0$  が約 2.3mm に相当する。図中には、無次元管半径に対する  $\phi_C$  の測定値ならびに計算値が示されている。図より、臨界角度は管半径とともに減少する。また、接触角が小さくぬれ性がよいガラス管の方が  $\phi_C$  は大きくなる。図中の  $\bar{R} \approx 3.6$  より半径が大きくなると、いずれの後退接触角においても、鉛直状態で液柱は自然に落下する。一方、後退接触角ごとに、水平まで細管を傾けても液体がこぼれない臨界半径が存在する。図の実験値と理論曲線を比較すると、両者の傾向はよく一

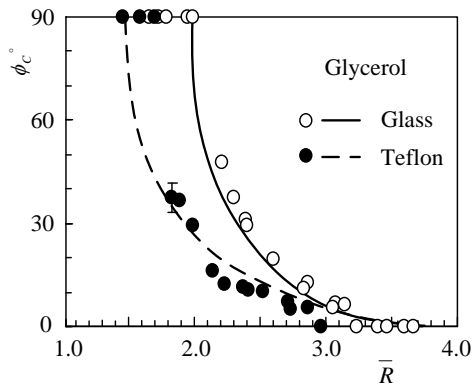
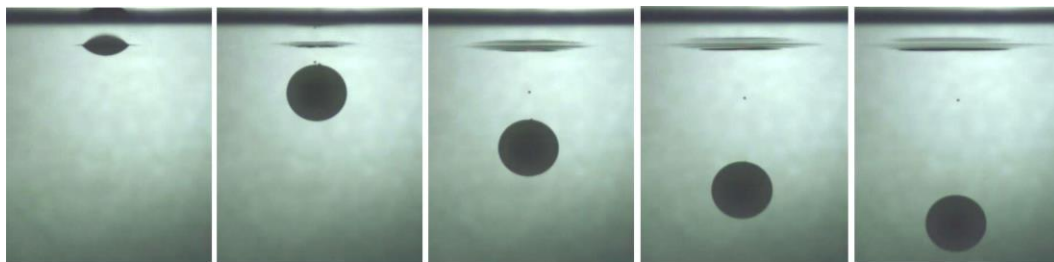


図6 臨界角度の理論値と実験値の比較  
(グリセロール： $\sigma=0.0628\text{N/m}$ 、 $\rho=1253\text{kg/m}^3$ )

致しており、液体がこぼれる傾斜角度の予測が可能である。

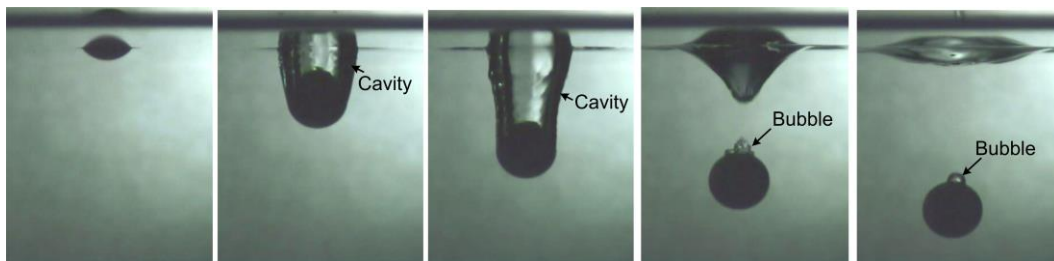
#### 4. 水中に侵入する球上方に付着する気泡体積<sup>6</sup>

物体が液体内に侵入する現象については、水中に射出された弾頭の運動挙動への関心等からこれまでに数多くの研究がなされている<sup>7</sup>。図7および図8は、直径12.7mmのポリプロピレン球が速度2.7m/sで水中に侵入する際の連続写真の一例である。図中の $t$ は、球が液面に接触した後の時間を表している。この現象では、液侵入後、乾いた粒子が液体にぬらされていくので、ぬれ性の指標としては前進接触角 $\theta_A$ を用いる必要がある。図7のポリプロピレン球の前進接触角は $\theta_A=93^\circ$ 、図8は後述の撥水材を塗布した場合で、 $\theta_A=162^\circ$ である。図7の比



(a)  $t = 1 \text{ ms}$       (b)  $t = 6 \text{ ms}$       (c)  $t = 11 \text{ ms}$       (d)  $t = 16 \text{ ms}$       (e)  $t = 21 \text{ ms}$

図7 ポリプロピレン粒子( $\theta_A = 93^\circ$ )の水中侵入挙動



(a)  $t = 1 \text{ ms}$       (b)  $t = 6 \text{ ms}$       (c)  $t = 11 \text{ ms}$       (d)  $t = 16 \text{ ms}$       (e)  $t = 21 \text{ ms}$

図8 撥水剤を塗布した球粒子( $\theta_A = 162^\circ$ )の水中侵入挙動

較的ぬれがよい場合には、球は水面衝突後、完全に水中に没入している。また、球への気泡の付着も観察されない。一方、撥水球では、球の後方に気柱（キャビティ）が形成され(図 8(b)、(c))、その後、キャビティにくびれが生じて破断し、気泡が粒子上部に残留する様子(図 8(d)、(e))がわかる。このような気泡の付着は、例えば鉄鋼業における脱硫剤の溶鉄中の挙動などで重要な問題となる<sup>8</sup>。粒子への気泡の付着は浮力の増加をもたらし、脱硫剤の溶鉄深部への侵入を阻害する。また、気膜の発生は化学反応の効率を悪化させる原因となる。しかしながら、これまで粒子に付着する残留気泡体積を具体的に求めた研究例は見当たらない。ここではその第一段階として、速度がほぼゼロと見なせる準静的な粒子の侵入を対象として、気泡体積を求める手法について述べる。

球粒子上方の液体表面の挙動を示した模式図を図 9 に示す。球粒子が臨界の深さに達するまでは、図 9(a)のように球粒子に前進接触角で付着した軸対称の液面形状が形成される。この液面形状は、3 章でも触れたラプラス方程式の解より求められる。球がある臨界深さ  $H_{CR}$  に達すると(図 9(b))、液体表面は不安定となり、図 9(c) のように自然に収縮して、最終的に球に気泡が残留する(図 9(d))。臨界深さ  $H_{CR}$  も、ラプラスの方程式の解が存在しなくなる条件から、理論的に予測することができる<sup>6</sup>。

臨界深さ  $H_{CR}$  で形成される残留気泡の体積を、エネルギー最小の原理から近似的に推算する。図 10 のように、液体表面のくびれた部分が接触し、残留気泡が形成される瞬間の状況を考える。簡単のため、液体表面形状を半径  $R$  の円弧で近似して系のエネルギーを算出する。3 章と同様、液体表面のもつエネルギー、液体のポテンシャルエネルギーならびにぬれに伴うエネルギーを考える。ここで、ぬれのエネルギーは、式(1)中の接触角として前進接触角を用いることにより、式(2)と類似な次式から求められる。

$$e_w = -\sigma \cos \theta_A \tag{4}$$

なお、ぬれるときのエネルギー変化は、式(1)や(2)の左辺(乾かす場合に対応)の符号を変えた

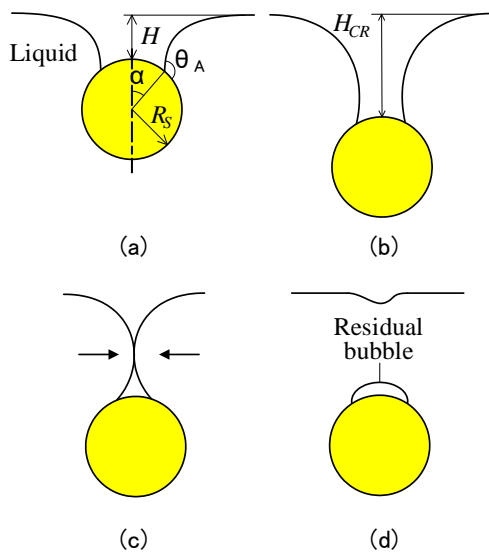


図 9 残留気泡の生成過程

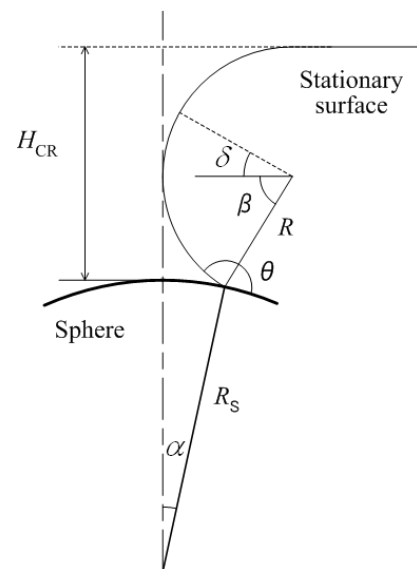


図 10 気泡破断時の模式図

ものとなることに注意されたい。式(4)にぬれた部分の面積を乗じて、ぬれによるエネルギー変化が算出できる。静止水面と乾いた球の状態をエネルギーの基準として、上記の合計から系のエネルギー $E$ を求めた。 $E$ の最小値に対応する、図 10 の付着位置の中心角  $\alpha$  を決定して、図 10 の液体表面で囲まれた領域から気泡体積を算出した。

実験では、液体として水、球粒子としてポリプロピレン (密度  $910\text{kg/m}^3$ ) を用いた。球粒子のぬれ性を変化させるため、撥水剤として、①(フロロテクノロジー社製 FS-1060TH-0.5)、② (NTT 製 HIREC 1450NF) の 2 種類を用いた。撥水剤①、ならびに撥水剤②に対し、前進接触角  $\theta_A$  は、それぞれ  $115^\circ$ 、 $162^\circ$  である。準静的な球の侵入に対して、上述の方法で計算した残留気泡体積を測定値と比較した結果の例を図 11 に示す。図中には、2 種類の撥水球に対する測定結果と理論曲線が示されている。 $\theta_A = 115^\circ$  と  $162^\circ$  の結果を比較すると、接触角の違いにより体積は 1 桁程度変化しており、ぬれ性が顕著な影響を及ぼすことがわかる。理論値と実験値を比較すると、両者の傾向は大体一致している。準静的な沈降に対する残留気泡体積を、提案したモデルにより推算することが可能といえる。

## 5. 落下液膜流れの壁面乾き領域(ドライアウト)の消滅機構<sup>9</sup>

壁面に沿って流下する落下液膜流れは、蒸発、凝縮を扱う装置や、CO<sub>2</sub> 吸収塔などに現れる現象である。吸収や反応を扱う装置では、液体表面積を大きくすることが装置の性能向上に直接つながるので、少ない流量で液膜が壁面をぬれ広がることが必要となる。そのため、壁面の乾き領域(ドライアウト)が消滅する最小ぬれ流量の予測が重要となる。ここでは、等温の液膜流れを対象に、ドライアウトが消滅する条件について考察する。

図 12 は、垂直平板(幅 200mm)に沿って流れる液膜の流動状況の一例である。平板の両端には、端の影響をなくすよう、ガーゼ布が貼り付けられている。図より、平板の上端からある位置で液膜が破断して筋状の流れになるとともに、筋状流れの間に大きなドライアウトが現れているのがわかる。図 12 の状態から流量を上げると、ある臨界流量でドライアウトが下流方向に速やかに押し流され、全面ぬれの状態へと移行する。

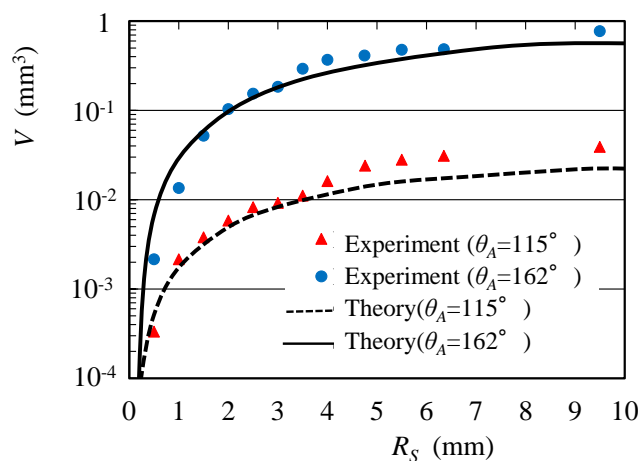


図 11 残留気泡体積の理論値と実験値の比較

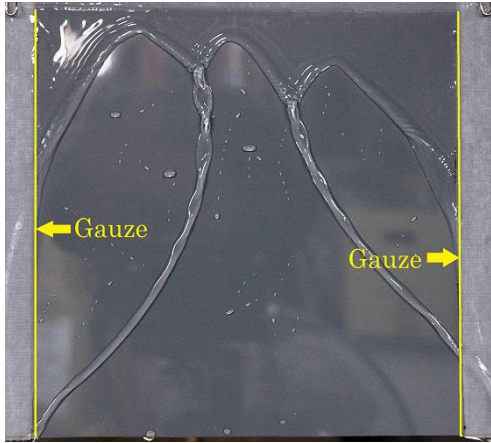


図 12 液膜が流れる壁面に発生する  
ドライアウト(乾き領域)

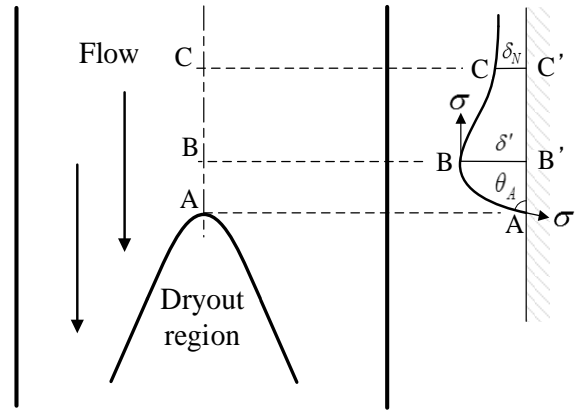


図 13 ドライアウト領域周囲模式図

全面がぬれる最小流量を力学モデルから求める方法を説明する。図 13 に、ドライアウト領域頂部付近の液膜の模式図を示す。図中には液膜流れの正面図ならびに断面図が描かれている。液膜断面図のように、上流  $CC'$  には滑らかな液膜流れが形成されるが、ドライアウト領域頂部付近では流れ方向速度がゼロとなるため、コブ状のよどみ域が現れる。ここでは、コブ領域に作用する力の釣り合いを考え、液膜のもつ運動量が充分大きくなるとコブが下流に押し流されることを考慮して、最小ぬれ流量の理論値を算出する<sup>9</sup>。なお、以下の議論はやや煩雑であるため、興味のない方は実験結果との比較まで読み飛ばしていただきたい。

まず図 13 の  $BB'$  面における圧力上昇  $\Delta P$  を、滑らかな液膜の動圧から、 $\Delta P \sim \rho U_N^2/2$  と評価する。ここで、 $U_N$  は、滑らかな落下液膜流れの解析でよく知られた Nusselt の理論平均速度を表している<sup>10</sup>。次に、図 13 の液膜断面図の  $BB'CC'$  での運動量の釣り合いを考える。 $CC'$  を通過する液膜の運動量流束  $M$  は、Nusselt の理論による液膜内速度分布から、 $M = 1.2\rho U_N^2 \delta_N$  となる<sup>9</sup>。 $\delta_N$  は、上述の Nusselt の理論液膜厚さを表す。 $BB'$  において流れ方向速度がゼロとなること、ならびに  $BB'$  における圧力上昇  $\Delta P$  を考慮すると、 $BB'CC'$  での運動量の釣り合いとして、近似的に次式を書くことができる。

$$M = 1.2\rho U_N^2 \delta_N = \Delta P \delta' \quad (5)$$

$\delta'$  は  $BB'$  の液膜厚さである。上式ならびに  $\Delta P \sim \rho U_N^2/2$  の関係より、 $\delta'$  は次のように求められる。

$$\delta' = 2.4\delta_N \quad (6)$$

式(6)のコブの厚さは、実験で観察される結果とよく一致する。

図 13 の液膜断面図において、領域  $ABB'$  での力の釣り合いを考える。 $BB'$  に作用する圧力と領域  $ABB'$  全体に作用する重力  $F_G$ 、ならびに A および B に作用する表面張力の釣り合いを考える。図 13 の液膜断面の先端には前進接触角  $\theta_A$  が現れることを考慮すると、臨界状態における釣り合いとして以下の関係を書くことができる。



$$2.4\delta_N\Delta P + F_G - \sigma(1 - \cos\theta_A) = 0 \quad (7)$$

簡単のため、AB を壁面と前進接触角  $\theta_A$  で交わる円弧で近似する。断面 ABB' の面積を幾何学的に求めると、式(7)中の  $F_G$  を次式のように求めることができる。

$$F_G = 2.88\rho g\delta_N^2 \frac{\theta_A - \sin\theta_A \cos\theta_A}{(1 - \cos\theta_A)^2} \quad (8)$$

式(5)を整理すると、臨界ウェーバー数  $We_c$  に対して、次の方程式を書くことができる。

$$1.2We_c - (1 - \cos\theta_A) + 6.94 \left( \frac{\rho^3 v^4 g}{\sigma^3} \right)^{1/5} We_c^{2/5} \times \left[ \frac{\theta_A - \sin\theta_A \cos\theta_A}{(1 - \cos\theta_A)^2} \right] = 0 \quad (9)$$

ここで、ウェーバー数  $We$  は次式で定義している。

$$We = \frac{\rho U_N^2 \delta_N}{\sigma} \quad (10)$$

最小ぬれ流量に対応する、式(9)から計算される臨界ウェーバー数  $We_c$  の理論値と、実験結果の比較の一例を図 14 に示す。本研究におけるモデルは、ばらつきはあるものの実験値の傾向と大体一致している。すなわち、ドライアウト頂部のコブ状のよどみ域において、前進接触角を仮定した表面張力、液膜の動圧ならびに重力の間の力の釣り合いが崩れるとき、自発的にドライアウトが消滅すると考えられる。

## 6. おわりに

本稿では、流体工学研究室でこれまでに扱ったぬれの問題のうち、比較的分かり易い現象を例にとって概説した。3章、4章の問題はエネルギー平衡の考えから、5章では力の釣り合いから現象を解析した。ぬれに関わる問題の場合、現象に応じてエネルギー平衡と力学的釣り合いの二つの考えを適宜使い分けると考察しやすい。本稿では理論や実験の詳細に触れる

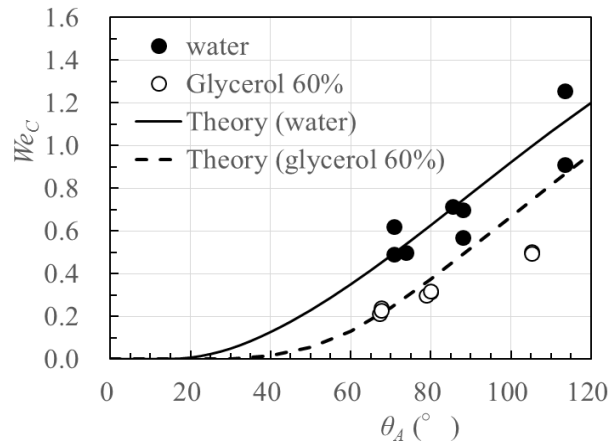


図 14 臨界ウェーバー数(最小ぬれ流量に対応)の理論値と実験値の比較 (水、グリセロール 60%水溶液)

ことはできなかったが、ぬれの問題に少しでも興味をもっていただければ幸いである。

ぬれが関係する現象には未解決の問題が多い。日常的に観察される基本的な現象についても、古来十分な理解が得られていないものもある。これは現象の複雑さに加え、実験で再現性を得るのが難しいことも要因の一つである。筆者らの経験として、毛細管現象を扱ったとき、たかが管内の液柱の挙動を観察するのに1年以上の試行錯誤が必要だったこともある。毛細管内をうまく洗浄することができず、再現性のあるデータがなかなか得られなかったことが主な原因である。他にも測定上の苦勞や他愛のない問題で悩まされたことは、枚挙にいとまがない。ぬれの問題を扱うには、高度でなくともきめ細かい実験的配慮が必要であり、信頼性のあるデータを提供する文献も少ないのが現実である。

近年では、接触線の速度が有限( $\sim 0.01\text{mm/s}$ 以上)になると、速度に応じて接触角が変化する動的ぬれの現象が注目されている。この現象には、ミクロな分子間力ならびにマクロなあらさ等の両者の影響を考慮したモデルが必要となる<sup>11,12</sup>。今後も引き続き、研究室としてこれらの問題に取り組んでいく予定である。

流体工学研究室では、本稿で扱ったぬれの問題のみならず、他のテーマでも専ら手作りで実験装置を製作している。工作技術センターには、日頃学生の指導ならびに装置製作について多大なご協力をいただいております、その助けがなければ研究室の活動は成り立たない。最後になりましたが、職員の方々のこれまでのご協力に厚く感謝申し上げます。

## 参考文献

- 1) ドウジェンヌ他2名(奥村剛訳.)、表面張力の物理学—しずく、あわ、みずたま、さざなみの世界—、吉岡書店、(2003)、67-84.
- 2) Katoh, K. (Edited by Hartland, S.), Contact Angle and Surface Tension Measurement, Surfactant Science Series, Marcel Dekker Inc. New York, 119(2004), 375-423.
- 3) 加藤健司、伝熱、46(2007)、20-27.
- 4) 加藤健司、伊藤高啓、機械の研究、64(2012)、378-388.
- 5) 加藤健司、東恒雄、寺口和彦、日本機械学会論文集B編、70(2004)、983-989.
- 6) 加藤健司、南亮輔、脇本辰郎、植田芳昭、井口学、混相流、28(2015)、547-553.
- 7) Duez, C., Ybert, C., Clanet, L. and Bocquet, L., Nature physics, 3(2007), 180-183.
- 8) 脇本辰郎、加藤健司、混相流、29(2016)、274-281.
- 9) 加藤健司、山下達也、磯良行、脇本辰郎、佐賀真理子、混相流、29(2016)、467-476.
- 10) Nusselt, W., Zeitschr. Ver. Deut. Ing., Vol. 60, 541-546 and 569-575 (1916).
- 11) Katoh, K., Wakimoto, T., Yamamoto, Y. and Ito, T., Exp. Thermal Fluid Science, 60(2015), 354-360.
- 12) Yamamoto, Y., Higashida, S., Tanaka, H., Wakimoto, T., Ito, T. and Katoh, K., Physics of Fluids, 28(2016), 082109.