

## 研究ノート

# セメントモルタル仕上げのひび割れ後の剥離応力の算定

渡部 嗣道 (わたなべ つぐみち)



所属：生活科学研究科 居住環境学専攻

専門分野：建築材料学（コンクリート・仕上げ）

趣味：家族との団らん

### 1. はじめに

鉄筋コンクリート構造物では、セメントを結合材とした接着接合による建築仕上げ工法が普及しており、左官仕上げやタイル仕上げなどの湿式仕上げがある。これらの代表的な劣化症状として、収縮ひび割れと界面剥離とがある。セメントモルタル仕上げに収縮ひび割れが生じてその先端が下地にまで貫通すると、その先端近傍の接着界面にはセメントモルタルの収縮によって大きな剥離応力（以下、界面剥離応力）が集中して作用することが知られている。これは仕上げのひび割れが発端となって起こる通称「ゼロスパンテンション(crack bridging)」と呼ばれている状態での応力場であり、剥離発生の原因となる。しかし、その界面の応力場の状況を把握するための詳細な解析的研究はほとんど行われていない。

一方、構造材料のひび割れ進展に対する代表的な安全性設計方法の一つとして破壊力学が挙げられ、異種材料間の接合問題についてもその有効性が唱えられている。破壊力学的手法は、本課題のようなき裂問題に対して発展した工学的な安全設計手法であり、線形から非線形に渡って広範囲な破壊性状に適用できる方法である。本研究は、複合材料の接着設計技術へ繋がる界面破壊力学をセメント系湿式仕上げの接着界面の剥離問題へ適用する一つの試みである。本研究の対象課題も、ひび割れによるき裂問題として取り扱うことができるためにその有用性が考えられる。特に、既往の研究と同様に弾性解による線形破壊力学的な設計手法を用いるために、指数型特異解を主とした応力関数による定式化が可能である。したがって、ひび割れ先端が特異点となる界面に作用する界面剥離応力の分布状況を簡易的に表現することができるうえ、応力関数における特異性パラメータを強度評価値として有意義に活用できる可能性も有している。

コンクリートなどのセメント系粒子分散複合材料のひび割れ進展については、概ね非線形的な力学的性質を持ち、その性状の評価については、非線形破壊力学手法による势力的な研究が多く見られる。しかし、セメント系材料間の接着破壊面は接着界面上の単一面破壊となることが多く、コンクリートの凝集破壊あるいはひび割れ進展に見られる微細な分散ひび割

れや骨材を介する破壊性状とは大きく異なる。この場合の破壊性状は非線形破壊力学では説明が困難となる不安定破壊を示すものが多く、線形破壊力学による設計手法の有効性は十分に期待できる。

したがって、本研究では、セメントモルタル仕上げのひび割れがコンクリートとの接着界面に到達して発端となって起こるゼロスパンテンションと呼ばれる応力状態について、そのひび割れ先端近傍の界面剥離応力を2次元弾性解によって解析的に評価するとともに、それによって得られた数値解析値を理論的な展開に基づいて導かれたモデル式に当てはめて、数値解析値を近似できる界面剥離応力の定式化とそれに基づく特異性パラメータの算定方法を提案する。

## 2. セメントモルタル仕上げにおける収縮ひび割れ後の界面応力

### 2.1 解析モデル

本研究で対象とするひび割れ先端近傍の概念図を図1に示す。材料1の平板の上に1層の仕上げである材料2が接着された状態の後、その中央に乾燥収縮ひび割れが生じてコンクリートとの接着界面まで貫通した場合を想定したモデルである。ここで、材料1はコンクリート、材料2はセメントモルタルを想定している。この状態で、ひび割れが生じる材料2に収縮応力などが生じると、ひび割れ先端と接着界面との接点近傍の応力場は、弾性解によると接点を中心に応力が無限大となる特異性を有し、界面剥離応力も極めて大きな値となることが古くから知られており、建築工学分野では「ゼロスパンテンション」と呼ばれている。

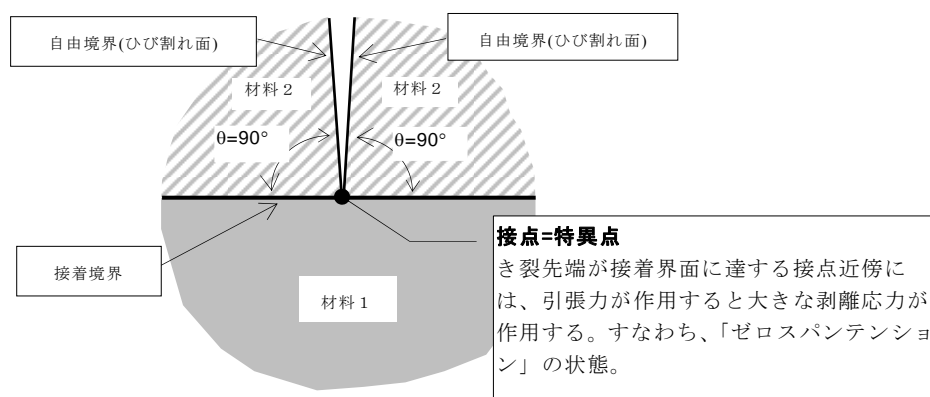


図1 ひび割れ先端近傍の概念図

界面剥離応力を算定するための解析モデルを図2に示す。材料1の長さを400mm、厚さを100mmとし、材料2の長さを200mm、厚さを30mmとした。そして、端部はX方向変位拘束 Y方向変位自由としており、ひび割れ間隔が400mmとなるように設定した。ひび割れによって分断された材料2のひび割れ面の境界条件は自由変位場とした。また、2つの材料間の収縮ひずみ差が $700 \times 10^{-6}$ となるように、材料1および材料2にはそれぞれ $0 \times 10^{-6}$ および $700 \times 10^{-6}$ の収縮ひずみを全断面均一として入力した。解析方法は境界要素法による2次元弾性解析とし、平面ひずみ問題とした。界面剥離応力は、界面に作用するせん断応力（以下、

界面せん断応力： $\sigma_{12}$ ）と界面に対して法線方向である Y 方向の垂直応力（以下、Y 方向界面垂直応力： $\sigma_{22}$ ）の 2 応力である。そこで、この 2 応力について材料 2 のひび割れ先端と材料 1 との接着界面との接点から界面方向に沿った値を求めた。実際のセメントモルタル仕上げの収縮ひずみの断面内分布状況はその位置によって異なると考えられ、本モデルのような均一分布ではないと考えられる。しかし、本研究の目的はあくまでも界面剥離応力の近似式およびそれに伴うパラメータ算定の適合性評価にあるので、ここでは単純化した収縮モデルを採用した。また、ひび割れ先端はその発生から直ちに材料 2 の断面を貫通して材料 1 との界面に達するものとし、各弾性係数や 2 材料間の収縮ひずみ差はその時点の値とする。

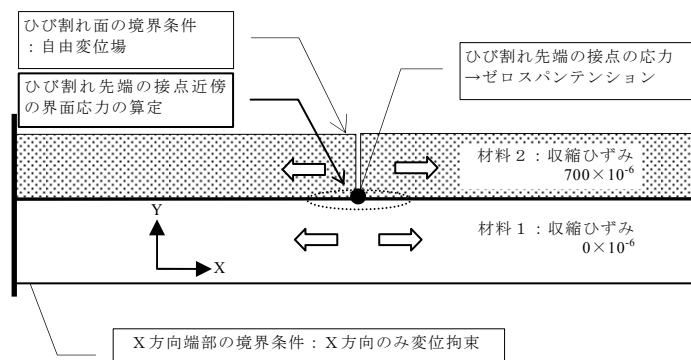


図 2 解析モデル（収縮ひずみ差を与えた場合）

## 2.2 同一材間の接着界面の場合の界面剥離応力

最も単純な条件として材料 1 と 2 が同一材とした場合の界面剥離応力を求める。表 1 に構成材料の物性値を示す。弾性係数はコンクリートを想定した値とした。ひび割れ先端と接着界面との接点位置を基準とし、そこから界面に沿った X 方向の距離を  $r$  とする。2 次元弾性解析で得られた接点近傍の界面剥離応力の分布状況を図 3 に示す。界面垂直応力と Y 方向界面せん断応力ともひび割れ先端と接着界面との接点（図中の  $r=0$  の位置）で無限大の値を示し、ここが特異点となる応力場を示している。また、Y 方向界面垂直応力についてはひび割れ先端近傍では引張応力（正の値）が作用している。したがって、接着界面の応力場は、開口型であるモード I 型およびせん断型であるモード II 型の混合モード型となる。いずれの応力とも  $r$  が大きくなると急激に特異性が消失する。強い特異性が現れる特異点近傍の領域（ここでは  $r=0\sim 5\text{mm}$  の範囲）における界面剥離応力の分布を両対数表示したものを図 4 に示す。両者とも高い相関性をもつ直線近似ができ、概ね(1)式のように指数型特異性の関数で表現できることが分かる。ただし、界面せん断応力に関する勾配を示す  $\lambda$  は約 0.5、Y 方向界面垂直応力のそれは約 0.9 となり、両者の勾配は全く異なる結果となった。

$$\sigma_{ij} \propto 1/r^\lambda \quad (1)$$

ここで、 $\sigma_{ij}$ ：特異点近傍界面応力( $\sigma_{11}$ ：X 方向界面垂直応力, $\sigma_{22}$ ：Y 方向界面垂直応力, $\sigma_{12}=\sigma_{21}$ ：界面せん断応力,このうち界面剥離応力は  $\sigma_{22}$  と  $\sigma_{12}$ )、 $r$ ：特異点からの距離、 $\lambda$ ：特異性指数。

表 1 構成材料の物性値

構成材料の種類	ヤング係数	ポアソン比
材料 1, 材料 2	22000N/mm <sup>2</sup>	0.18

半無限領域を有する2層の同一あるいは異種材料からなる接着界面の直行方向に、図1に示すように片方の材料を分断し接着界面に到達するような半無限クラックが発生した場合、その先端近傍の応力特異性指数は、Bogyの特性方程式<sup>1)</sup>からこの類似の応力場に関する特性方程式<sup>2)</sup>によって理論的に求めることができる。つまり、特異性指数 $\lambda$ はこの特性方程式の根 $p (=1-\lambda)$ で決定され、この根は挟み込み法によって容易に求めることができる。そこで、本モデルの場合のように指数型の特異性を示す $0 < \lambda < 1$ の範囲の特異性指数の解は0.5となる<sup>注1)</sup>。図4では、界面せん断応力の場合のみ、この理論解とほぼ一致している。したがって、図2のように、温度や湿度の変化に伴う自己ひずみ差が2材料間に生じた場合には、Y方向界面垂直応力は、(1)式で表現した場合の特異性指数が理論解とまったく異なるような応力場を形成し、(1)式で近似することの不適切性が明らかとなる。

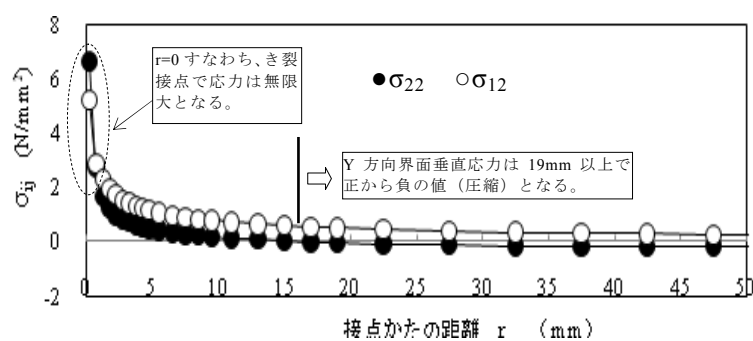


図3 応力計算結果

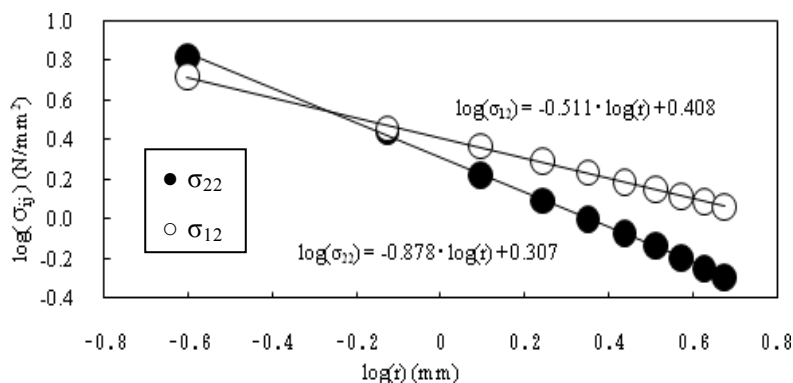


図4 応力計算結果（両対数表示）

### 2.3 各種応力の定式化

構成材料に自己ひずみを与えた場合に生じる特異点近傍の応力解について、2層あるいは3層の異材接合体の接着界面端部の応力場の算定は、Mellin変換したAiryの応力関数を用いる方法によって展開が可能である。熱応力や残留応力が存在する場合の特異性応力場の理論解は、材料の端部角度と弾性係数（ヤング係数とポアソン比）に依存した特性方程式の根 $p$ （単根、重根、複素根）に対する特異解、特異性消失解、そして特解などの複数の応力解の一次結合による多項式で表される。特異解は、 $r^\lambda$ 型、 $\log r$ 型、振動型、そして $r^\lambda \log r$ 型などが存在する。ここで、本モデルのような同一あるいは異種材料の接着面に直行方向に半無限

クラックが界面に到達した場合の特性方程式を適用すると、その根  $p$  は、0.5、1.0、1.5、・・・と無限に求められ、いずれも重根となる<sup>注1)</sup>。このような重根を有し、異種材料の接着面に直行方向に半無限クラックが界面に到達した場合の応力解は、(2)式のような3の項の応力解を一次結合した応力関数で表される。第1項の  $K_{ij0}$  は  $p_0=1$  ( $\lambda_0=0$ ) のときの特解であり、特異点からの距離  $r$  に依存しない一定値を示す。また、 $0 < p_1 (=1-\lambda_1) < 1$  の範囲に重根が存在する場合には、第2項のように  $r^{-\lambda}$  型の特異解が存在し、そのときの係数は  $K_{ij1}$  である（以下、このような応力解についての大きさを表す係数を「応力強さ係数」と称する）。第3項は  $1 < p_2 (=1-\lambda_2)$  のときの特異性消失解であり、その場合の応力強さ係数は  $K_{ij2}$  である。ここで、井上ら<sup>2)</sup>は極めて特異点に近い理論解についてのみ言及しているため、この特異性消失解を無視しているが、本研究における数値解析値に対する近似範囲は無視できる範囲か否かは明らかとなっていないため、ここではこの特異性消失解の項も付け加えることとした。また、この特異性消失解については、 $1 < p_2$  の根が複数存在すると考えられるために、それに応じた応力解も複数存在しうる場合が考えられる。しかし、特異点近傍の応力場を考える場合には、数理的な影響を考えれば複数解のうちの第1項で十分であり、それよりも大きな  $p$  の根の場合は無視してもよいものとする。したがって、本モデルにおける応力関数の理論的な展開式は次式とし、この3つの応力解による多項式で数値解析値を近似できるものとして、これを界面剥離応力の予測基本式とする。

$$\sigma_{ij} = K_{ij0} + K_{ij1} \cdot r^{-\lambda_1} + K_{ij2} \cdot r^{-\lambda_2} \quad (2)$$

## 2.4 特異性パラメータ

特解  $K_{ij0}$  は理論解が導かれており、界面せん断応力の特解  $K_{120}$  はゼロ、Y方向界面垂直応力の特解  $K_{220}$  は非ゼロとなる<sup>注2)</sup>。表2に特解の理論解を示す。 $K_{220}$  は負の値となり、これは図3に示すようにY方向界面垂直応力が正から負の値に反転する状況に整合する。なお、自己ひずみが生じない場合には、理論解による特解は2応力ともにゼロとなり<sup>注2)</sup>、この場合の応力解は(2)式のうち指数型特異性解と特異性消失解のみとなる。(2)式に基づいて数値解析値に対する重回帰分析を実施し、各応力強さ係数を算定した結果を表2に示す。ここで、2つの特異性指数の  $\lambda_1$  と  $\lambda_2$  は理論解を既知として適用し、3つの応力強さ係数の推定値は、重回帰分析による統計的処理によって求めた。

表2 応力特異性パラメータの算定結果

応力	理論解			重回帰分析による算定値				極座標表示	
	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$K_{ij0}$	$K_{ij0}$	$K_{ij1}$	$K_{ij2}$	相関係数	$\gamma$ (度)	$K_i$
$\sigma_{22}$	0.50	-0.50	-9.3	-3.69	4.92	0.916	0.9998	27.8	5.56
$\sigma_{12}$		0	—	2.59	-0.02	0.9998			
		—	—	2.58	外挿法による算定				

特異性指数の単位:無次元、応力強さ係数の単位: $N/mm^{2-\lambda}$

図5に数値解析値と近似解との比較を示す(CASE 1)。この場合には、(2)式による近似解が数値解析値を十分に予測可能であることを示している。一方、Y方向界面垂直応力の特解 $K_{2,0}$ を理論解とした場合について、同様に重回帰分析によって各応力強さ係数を求めた場合の近似解を図5に示す(CASE 2)。数値解析値とは大きく異なる結果となり、界面垂直応力の特解に理論解を適用することは不適切であると判断される。これは、理論解が2次元無限領域の理論解であるのに対し、解析モデルは2材料ともに薄肉であるためにY方向の変位拘束がなく、理論解のような大きな値を生じないものと推測される。また、2材料間に収縮ひずみ差が生じる場合のY方向界面垂直応力は、表2に示すように特解や特異性消失解による影響が大きく、図4の直線回帰による勾配が特異性指数の理論解 $\lambda_1$ よりも大きく異なる値を示す特有な応力場を示すことが分かる。これに対し、界面せん断応力の特異性消失解は無視してもよい結果となり、特解も理論解どおりゼロとした場合には、 $r^{-2}$ 型の指数型特異解のみの一義的な関数で表現しできる。このことは、図4の勾配が理論解とほぼ一致することと整合している。

図6にY方向界面垂直応力度における各応力解の分布を片対数表示で示す。この応力は指数型特異解に並行しながら特異点に近づくほど大きな値を示している。その差は概ね特解に等しい。特異性消失解は特異点に近づくほど小さな値を示しており、その近傍ではほとんどゼロの値を示している。従って、(2)式で界面剥離応力を求める場合、この近傍の特異性消失解はほとんど無視してよい。しかし、特異点から離れた個所では指数型特異解とほぼ同等の値となって無視できないために、これを無視できる領域が不明な状況において、数値解析値を(2)式の理論式にあてはめて各応力解を求めるために重回帰分析する場合には、この特異性消失解の項は必要である。

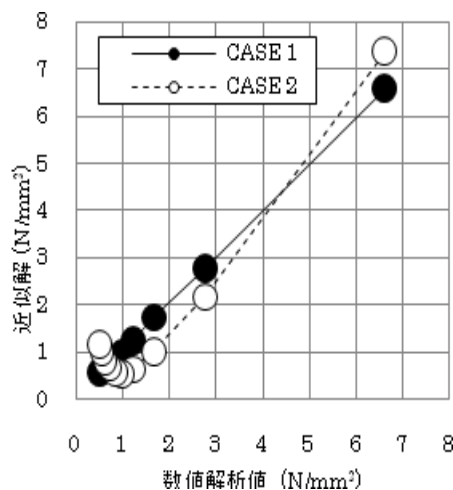


図5 応力計算結果

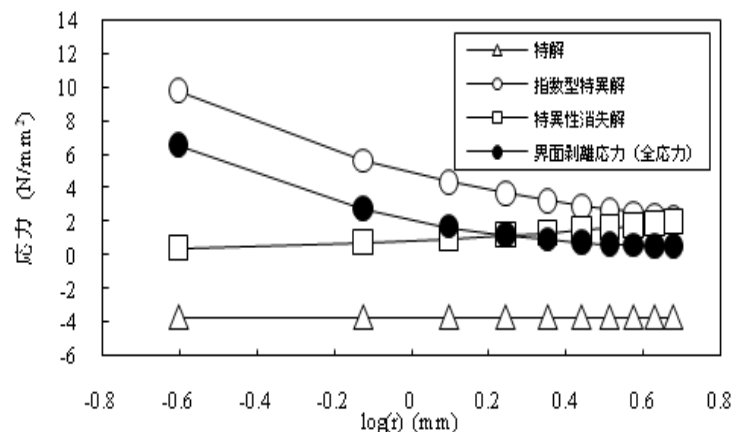


図6 応力解の分布状況

## 2.5 特異点近傍での近似解と極座標表示

(2)式の右辺を(3)式のように $r \rightarrow 0$ について展開した場合、(2)式は数理的に第2項のみの応力解に近似できる。したがって、極めて特異点に近い領域のY方向界面垂直応力の近似解は、

最終的には指数型特異解のみの一義的な応力関数に近似できる。これは、図4に示すようなY方向界面垂直応力の勾配が理論解と異なる値を示している、境界要素法の数値解析における特異点近傍の要素分割をさらに細密にすると、徐々に理論解の値に近づくことを示している。しかし、図8のように、非常に特異点に近い位置(本解析での最短距離は0.25mm)でも特解の項は無視することができない。これ以上の要素分割は実用的ではないので、あくまでも(3)式のように界面垂直応力を指数型特異解のみで表現する場合には、参考値として取り扱うべきである。その一方で、特解が負の値を示す場合には、(3)式のみによる近似値は数値解析値よりも大きな値を示すことになり、設計上安全側の評価値となることが明らかとなる場合には有効な簡易近似解として実用性を有するものと考えられる。なお、この(4)式はあくまでも(2)式から数理的な解釈のみで展開されているため、(2)式の近似式の回帰分析精度が極めて良好なことが前提となる。

$$\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij} = \lim_{r \rightarrow 0} K_{ij1} \cdot r^{-\lambda_1} \left( \frac{K_{ij0}}{K_{ij1}} \cdot \frac{1}{r^{-\lambda_1}} + 1 + \frac{K_{ij2}}{K_{ij1}} \cdot \frac{r^{-\lambda_2}}{r^{-\lambda_1}} \right)$$

$$\approx \lim_{r \rightarrow 0} K_{ij1} \cdot r^{-\lambda_1} \left( \frac{K_{ij0}}{K_{ij1}} \cdot \frac{1}{r^{-\lambda_1}} + 1 \right) \approx K_{ij1} \cdot r^{-\lambda_1} \quad (3)$$

また、モードI型の応力拡大係数に相当するY方向界面垂直応力の応力強さ係数 $K_{221}$ と、モードII型の応力拡大係数に相当する界面せん断応力の応力強さ係数 $K_{121}$ との関係を、(4)式および(5)式に示すような、偏角となるモード比 $\gamma$ と原点と各応力状態を表す座標点との距離である特異性強さ $K_i$ とによる極座標で表示する。このような表現によって、接着界面応力場における破壊モードを推測することができる。算定結果を表2に示す。本モデルのようなゼロスパンテンション作用時の場合は、ひび割れ端部近傍の界面剥離応力はモードI型相当応力よりもモードII型相当応力が卓越する混合モード型破壊となることが推測される。

$$\gamma = \tan^{-1}(K_{121} / K_{221}) : K_{221} \geq 0, \quad \gamma = \pi + \tan^{-1}(K_{121} / K_{221}) : K_{221} \leq 0 \quad (4)$$

$$K_i = (K_{121}^2 + K_{221}^2)^{0.5} \quad (5)$$

また、図6のように、特異点近傍の応力場で特異性消失解を無視できる場合には、特解と指数型特異解による2つの応力解によって特異点近傍の界面剥離応力は表現できるため、特異点近傍でのそれは極座標表示すると、以下のように特解のほか2応力に共通した3つのパラメータを使用して簡易な極座標表示式を誘導できる。

$$\sigma_{22} = K_{220} + K_i \cdot \sin(\gamma) \cdot r^{-\lambda_1} \quad (6)$$

$$\sigma_{12} = K_i \cdot \cos(\gamma) \cdot r^{-\lambda_1} \quad (7)$$

なお、特異性指数の理論解を用いて界面せん断応力のみ外挿法によって応力強さ係数を求めると $2.58\text{N/mm}^{2-\lambda}$ となり、(2)式による近似解とほぼ同等な値となる。

## 2.6 異種材間の接着界面の場合

解析モデルおよび収縮ひずみは図2と同一とし、弾性係数のみ異なる値とした。表3に構

成材料の物性値を示す。ここでは、ヤング係数について、セメントモルタルを想定した材料 1 の値が、コンクリートを想定した材料 2 の値の 1/2 となる条件とした。

表 3 構成材料の物性値

構成材料の種類	ヤング係数	ポアソン比
材料 1	11000N/mm <sup>2</sup>	0.18
材料 2	22000N/mm <sup>2</sup>	0.18

図 7 に、異種材料間接着接合となる場合の界面剥離応力を両対数表示で示す。同一材間の場合と同様に、 $r \rightarrow 0$  の場合には、界面せん断応力よりも Y 方向界面垂直応力の方が大きな値を示している。また、表 4 に各種特異性パラメータに関する理論解の算定結果を示す<sup>注 1)</sup>。

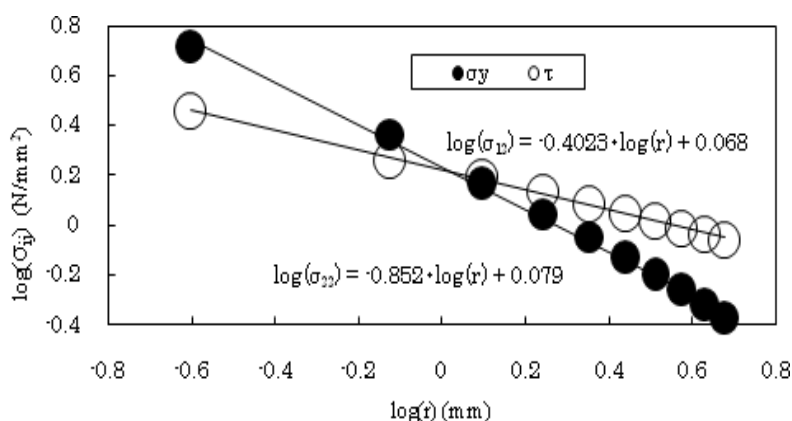


図 7 応力計算結果（両対数表示）

表 4 応力特異性パラメータの算定結果（理論解）

$\lambda_0$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$K_{220}$
0	0.424	-1.0	-6.26

特異性指数の単位：無次元、応力強さ係数の単位：N/mm<sup>2-λ</sup>

この場合の特性方程式の根はすべて重根となり、特異性消失解の根となる  $p_0=1$  の前後に根を有している<sup>注 1)</sup>。 $\lambda_1$  および  $\lambda_2$  ともに同一材間の場合と異なる値を示している。いずれも数値解析結果の特徴をよく表している。前述の同一材料間の場合と同様に、2つの特異性指数の  $\lambda_1$  と  $\lambda_2$  は理論解を既知として適用し、3つの応力強さ係数の推定値を、(2)式に基づいて数値解析値を近似した重回帰分析による統計的処理によって求めた結果を表 5 に示す。同一材間と同様に高い精度で近似できていることが分かる。また、混合モード比については同一材間と比較してさらにモード I 型が卓越した状況になり、特異性強さはヤング係数が小さくなったために低い値を示した。さらに、界面せん断応力について、特性指数の理論解を用いた外挿法による応力強さ係数は、(2)式による近似値と同等となった。



表5 応力特異性パラメータの算定結果

応力	理論解		重回帰分析による算定値			極座標表示	
	適用	$K_{ij0}$	$K_{ij1}$	$K_{ij2}$	相関係数	$\gamma$ (度)	$K_i$
$\sigma_{22}$	(2)式	-1.84	3.01	0.132	0.9994	20.7	3.22
		-	1.14	0.01	0.9996		
$\sigma_{12}$	外挿法	-	1.16	特異性指数の理論解は $\lambda_1$ を適用			

特異性指数の単位: 無次元、応力強さ係数の単位:  $N/mm^{2-\lambda}$

### 5. まとめ

本研究は、セメントモルタル仕上げの場合、仕上げ層にひび割れが生じて界面に達した時、すなわちゼロスパンテンション応力状態におけるひび割れ先端近傍の界面剥離応力の定式化方法を提案した。

注1)材料1および2とも半無限領域を持ち、材料1の中央に半無限のひび割れが生じ、直ちに材料2との接着界面にそのひび割れが直角に到達する場合のモデル条件を、Bogyの特性方程式<sup>1)</sup>に代入して、次式のような特異性指数を求めるための特性方程式が誘導できる<sup>2)</sup>。本モデルのような特異点近傍の界面剥離応力の特異性指数 $\lambda$ は、次式の特性方程式Sの解pから求めることができる。

$$S(\alpha, \beta; p) = -4\sin^2(p\pi) \{2p^2(\alpha - \beta)(\beta + 1) - \alpha + \beta^2 + (1 - \beta^2)\cos(p\pi)\}^2 = 0 \quad (A-1)$$

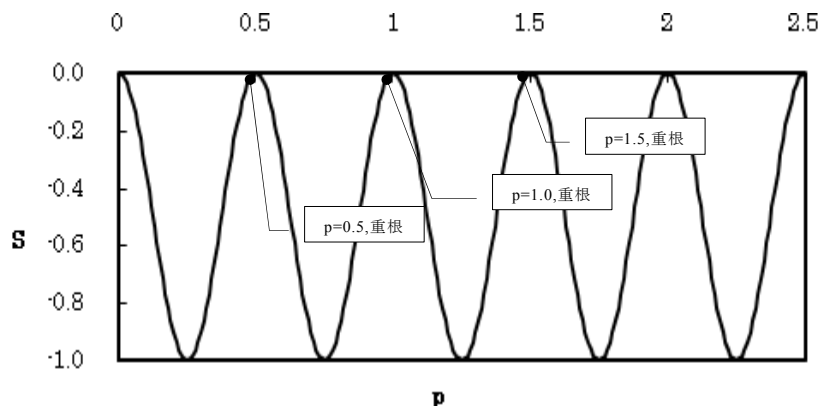
ここで、 $E_i$ :材料iのヤング係数,  $\nu_i$ :ポアソン比

$$\alpha = (k \cdot m_2 - m_1) / (k \cdot m_2 + m_1), \beta = (k(m_2 - 2) - (m_1 - 2)) / (k \cdot m_2 + m_1) \quad (A-2)$$

$$k = G_1 / G_2, G_i = E_i / (2 \cdot (1 + \nu_i)), m_i = 4 \cdot (1 - \nu_i) \quad \text{for plane strain} \quad (A-3)$$

$$\lambda = 1 - p \quad (A-4)$$

図A-1は、 $k=1$ の場合、すなわち同一材料のときの特性方程式Sとその根pとの関係を示し、 $S=0$ のときの根を求める状況を示している。 $0 < p < 1$ の範囲での根は $p_1=0.5$ の重根となり、これは $r^\lambda$ 型特異解の特異性指数 $\lambda_1$ は $0.5 (= 1 - p_1)$ となる。以下重根として、



$p=1.0, 1.5, 2.0 \dots$ が求めら

図A-1 特性方程式の解( $k=1$ の場合)

れる。したがって、 $\lambda$

は、0.5, 0, -0.5...と求められる。また、同様にして、 $k=0.5$  の場合には図 A-2 のようにして求められる。

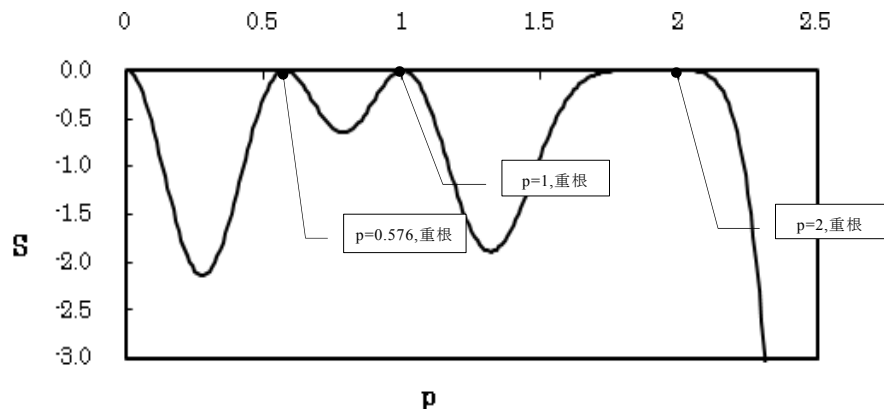


図 A-2 特性方程式の解( $k=0.5$  の場合)

注 2)

注 1 の半無限領域においてひび割れを有するモデルについて、材料 1 に熱応力が作用した場合の特解は、井上ら<sup>2)</sup>によって以下のように導かれている。なお、 $\theta=\pi/2$ ,  $n_1=1+\nu_1$  であるから、界面せん断応力に関する  $\dot{K}_{ij0}$  はゼロとなる。また、本モデルは乾燥収縮ひずみを与えているので、(A-5)の温度ひずみを相当ひずみに変換すると以下ようになる。

$$\dot{K}_{ij0} / \{E_2(n_1 \cdot \alpha_1 - n_2 \cdot \alpha_2) \Delta T / (1 + \nu_2)\} = \dot{K}_{ij0} \quad (\text{A-5})$$

$$\left. \begin{aligned} \text{界面垂直応力について} & : \dot{K}_{ij0} = - \dot{K}_{ij0}' \cdot \sin(2\theta) \\ \text{界面せん断応力について} & : \dot{K}_{ij0} = - \dot{K}_{ij0}' \cdot \{1 - \cos(2\theta)\} \\ & \dot{K}_{ij0}' = 2k / (k \cdot m_2 + m_1) \end{aligned} \right\} (\text{A-6})$$

$$(n_1 \cdot \alpha_1 - n_2 \cdot \alpha_2) \Delta T = n_1 \cdot \varepsilon_m - n_2 \cdot \varepsilon_c \quad (\text{A-7})$$

ここで、 $\varepsilon_m$  : 仕上げの乾燥収縮ひずみ、 $\varepsilon_c$  : コンクリートの乾燥収縮ひずみ、 $\alpha$  : 線膨張係数、 $\Delta T$  : 温度差

### 参考

- 1) Bogy, D.B. : Two Edge Bonded Elastic Wedges of Different Materials and Wedge Angles under Surface Traction, J. Appl. Mech., Vol.38, pp.377-386, 1971
- 2) 井上忠信・北篠正樹・落合庄治郎: き裂が界面に到達した異材接合体の熱応力の理論解, 材料, Vol.47, No.1, pp60-67, 1998.6